Prof. Dr. Norbert Dragon
PD Dr. Mic$\hbar$ael Flohr
16.-18.01.2012

KLEINE SCHWINGUNGEN

Kleine Schwingungen um die Ruhelage im Minimum eines Potentiales lassen sich durch den harmonischen Oszillator lösen.

[P30] *Symmetrische Form*
Wir betrachten eine relle, symmetrische Form Ω, $\Omega_{ij} = \Omega_{ji}$ und $\Omega_{ij} = \Omega^*_{ij}$, $i, j = 1, 2, \ldots, n$.

(a) Zeigen Sie, dass die Eigenwerte von Ω reell sind. Unterstellen Sie dazu, dass ein komplexer Eigenwert λ mit zugehörigem Eigenvektor $w^i = u^i + \mathrm{i}v^i$ existiert. Zeigen Sie, dass $u^i - \mathrm{i}v^i$ Eigenvektor mit Eigenwert λ^* ist. Werten Sie dann $(u^j - \mathrm{i}v^j)\Omega_{ji}(u^i + \mathrm{i}v^i)$ mit den Eigenwertgleichungen so aus, dass man auf $\lambda = \lambda^*$ schließen kann.

(b) Zeigen Sie, dass Ω den Unterraum $U_\perp$, der senkrecht auf einem Eigenvektor e steht, auf sich abbildet, und dass Ω folglich n aufeinander senkrecht stehende, normierte Eigenvektoren besitzt.

[P31] *Kleine Schwingungen*
Ein Teilchen bewege sich in der xy-Ebene mit einer potentiellen Energie $V(x, y) = \kappa(\cosh(x + 2y) - \cos(3x + y) - \frac{5}{2}x^2 - xy)$.

(a) Bestimmen Sie die Frequenzen von kleinen Schwingungen um den Ursprung.

(b) In welchen Richtungen werden gerade Bahnkurven durchlaufen?